

TÓPICOS METEOROLÓGICOS Y OCANOGRÁFICOS

Ministerio de Ambiente y Energía – Instituto Meteorológico Nacional



Instituto Meteorológico Nacional
Fundado en 1888

Número

1

ISSN 1409 - 2034

Volumen 21

Número 1

Septiembre 2022

San José, Costa Rica

Ministerio de Ambiente y Energía

Instituto Meteorológico Nacional

Coordinación general:

M.Sc. Eladio Solano León

Edición:

M.Phil. María Esther Suárez Baltodano

Comité editorial

M.Sc. Daniel Poleo Brito

M.Sc. Gabriela Chinchilla

M.Sc. Karina Hernández Espinoza

Diseño y diagramación:

María Esther Suárez B.

Imagen de portada:

Nury Sanabria Valverde

La revista "Tópicos Meteorológicos y Oceanográficos"
Es publicada por el Instituto Meteorológico Nacional,
Ministerio de Ambiente y Energía, Costa Rica. Tiene como
finalidad dar a conocer los resultados de investigaciones y
estudios en ciencias de la atmósfera y oceanografía física.

CONTENIDO

Pág. Artículo

- 3 Evaluación de la precipitación diaria simulada por el WRF durante 2019-2021 utilizando la ley de Benford

YIRLENY ARIAS Y DANIEL POLEO

Evaluación de la precipitación diaria simulada por el WRF durante 2019-2021 utilizando la ley de Benford

Yirleny Arias¹, Daniel Poleo²

Resumen

Se evaluó el desempeño en la predicción de la precipitación del modelo numérico Weather Research and Forecasting (WRF) de alta resolución (1,5 km de resolución espacial) del Instituto Meteorológico Nacional (IMN) durante el periodo 2019-2021; se utilizó el método de Benford para comparar la precipitación diaria del WRF con la lluvia observada. Para analizar la precisión de las predicciones del WRF de los acumulados mensuales de precipitación observada, se utilizaron diferentes estadísticos como la probabilidad de detección (POD), la evaluación del sesgo (BIAS), falsas alarmas (FAR), y se calculó el índice de éxito crítico (CSI). Finalmente, esta evaluación se comparó con la realizada por el método de análisis matemático conocido como Ley de Benford, este último para determinar su utilidad en la evaluación de modelos numéricos. Se observó que Benford es un método que puede servir para evaluar la lluvia diaria en un modelo numérico, lo cual es una ventaja debido a su simplicidad tanto en el cálculo como interpretación.

PALABRAS CLAVES: BENFORD, EVALUACIÓN WRF, MODELO NUMÉRICO, MODELOS NUMÉRICOS CENTROAMÉRICA, WRF.

Abstract

The performance in the precipitation prediction of the high-resolution numerical model WRF (Weather Research and Forecasting) of the IMN (National Meteorological Institute) during the period 2020-2021 was evaluated using the Benford method; the daily precipitation of the WRF was compared with that observed, and the monthly accumulations of the WRF with the accumulated ones observed. To analyze the accuracy of the WRF predictions, different statistics were used, such as the probability of detection (POD), bias evaluation (BIAS), false alarms (FAR), and the critical success rate (CSI) was calculated. In addition to a mathematical analysis method known as Benford's Law, the latter to determine its usefulness in the evaluation of numerical models. It was observed that Benford is a method that can be used to evaluate daily rainfall in a numerical model, which is an advantage due to its simplicity in both calculation and interpretation.

KEY WORDS: BENFORD, CENTRAL AMERICAN NUMERIC MODELS, NUMERIC MODEL, WRF, WRF EVALUATION.

1. INTRODUCCIÓN

La demanda de evaluación en la precisión del modelado numérico es muy evidente en el uso científico y su validación denota legitimidad. Por analogía, se puede decir que un modelo que no contiene fallas conocidas o detectables y que es internamente consistente, es válido (Oreskes, Shrader-Frechette, & Belitz, 1994)

Konikow y Bredehoeft (1992), han demostrado que el término validación se usa comúnmente en al menos dos sentidos diferentes, aunque ambos erróneos (Konikow & Bredehoeft, 1992).

En algunos casos, la validación se usa indistintamente con la verificación para indicar que las predicciones del modelo son consistentes con los datos de observación, siendo esto una confirmación del modelo

¹ Bach. en Meteorología. Escuela de Física. Universidad de Costa Rica. Email: yirlen.j@gmail.com.

² M.Sc. en Meteorología. Departamento de Meteorología Sinóptica y Aeronáutica. Instituto Meteorológico Nacional. Email: dpoleo@imn.ac.cr o dpoleob@gmail.com.

numérico, mostrado en el artículo. (Oreskes, Shrader-Frechette, & Belitz, 1994).

Naomi, Kristin y Kenneth (1994), afirman en su estudio que la verificación (verifica si se cumple con los requisitos propuestos) y validación (es la validación del producto real y esperado) de modelos numéricos de sistemas naturales es imposible. Por otro lado, mencionan que los modelos pueden confirmarse mediante la concordancia entre la observación y la predicción. La confirmación es parcial, por el acceso incompleto a los fenómenos naturales. Los modelos solo pueden evaluarse en términos relativos y su valor predictivo siempre está abierto a dudas.

El enfoque clásico en la evaluación de modelos numéricos está basado en el cálculo de varios índices estadísticos, como la probabilidad de detección (POD) y el índice de falsas alarmas (FAR) que se calculan a partir de los eventos de vecindario coincidentes. También se utiliza el sesgo (BIAS) del modelo que relaciona el pronóstico con lo observado (Ebert, 2008).

Las puntuaciones categóricas como el índice de éxito crítico (CSI) se utiliza para verificar pronósticos deterministas. Mientras que, para la evaluación de los pronósticos probabilísticos se utiliza la característica operativa relativa (ROC) en el contexto de verificación difusa (Ebert, 2008).

La Ley de Benford denominada como ley de los números anómalos, consiste en la observación de conjuntos grandes de números tomando como noción la invarianza de un logaritmo. Establece una distribución logarítmica para los primeros dígitos significativos (aquellos dígitos que se encuentran en la primera posición de los números) donde la frecuencia de aparición del primer dígito significativo no es uniforme. Benford expone que, en un conjunto de datos tomados de la naturaleza de manera aleatoria, o en nuestro entorno, los números que inician con el número 1 como primer

dígito significativo, representa cerca de un 30%, con el número 2 como primer dígito un 18%, los que inician con el 3 representan un 12 %, los que inician con 4 representan un 9 % y así van bajando los porcentajes de manera logarítmica hasta llegar a los números que comienzan con 9 (Benford, 1938).

Ryszard (2013), indica que los logaritmos en base 10 de los números registrados parecen estar distribuidos uniformemente, debido a lo cual estudia el conjunto de todas aquellas bases para las cuales una variable aleatoria dada satisface la ley de Benford.

Esta invarianza se da al no existir cambio si la escala de longitud u otras variables son multiplicadas por un factor común. En el caso más general, se satisface cuando la variable aleatoria considerada se multiplica por cualquier variable independiente (Ryszard, 2013).

La ley de Benford toma un conjunto de datos de la naturaleza cualquiera, donde las observaciones con un primer dígito más bajo (por ejemplo 1) ocurren con más frecuencia que aquellas con un primer dígito más alto (por ejemplo 9) (Benford, 1938). Esta propiedad surge en distintos números de datos, pero está claro que solo se puede aplicar a datos que se encuentran en algún lugar entre ser completamente aleatorios y predecibles, deben ser preferiblemente datos distribuidos logarítmicamente uniformes (Boyou, Bodin, Scheffers, Sambridge, & May, 2015).

Con base en la simulación y conjuntos de datos medidos, distintos estudios mostraron que se espera que grandes clases de cantidades que ocurren naturalmente se ajusten a la ley de Benford y varios artículos han resumido las distribuciones obtenidas que siguen las frecuencias pronosticadas y esas frecuencias se conocieron como Ley de Benford.

Estudios muestran que la ley de Benford puede usarse para seleccionar la parte apropiada de un gran conjunto de datos para ejecutar modelos climáticos o para tener en cuenta el impacto de una transición conocida en el sistema. Esta ley es invariante de escala y base; por lo tanto, es independiente de las unidades utilizadas (Boyau, Bodin, Scheffers, Sambridge, & May, 2015)

Si la distribución de números es invariante de la escala, de la distribución saldrá la ley de Benford, siendo la probabilidad de que el primer dígito de un número inicie con n es igual a:

$$\ln(n + 1) - \ln(n) \quad (1)$$

Como podemos ver, detrás de la ley de Benford existen logaritmos y en muchos conjuntos de datos numéricos que ocurren naturalmente (figura 1), los dígitos siguen una distribución logarítmica débilmente monótona (Hill, 1995).

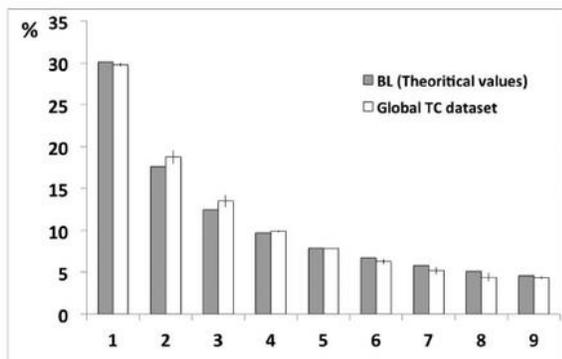


Figura 1. Relación entre los valores teóricos de la Ley de Benford y la distribución de seguimiento de ciclones tropicales del primer dígito. Fuente: Boyau, Bodin, Scheffers, Sambridge y May (2015).

Dado este fenómeno empírico, la ley del primer dígito significativo (FSD) de Benford se ha utilizado en muchos entornos, como en la detección de cambios en fenómenos de las ciencias físicas, para verificar la integridad de los datos, y naturales esto debido a que se aplica a un número sorprendentemente grande de conjuntos de datos (Boyau, Bodin, Scheffers, Sambridge, & May, 2015).

En el área de las ciencias naturales se han realizado muchas investigaciones y se ha demostrado que muchos conjuntos de datos cumplen la ley de Benford. Pinkham (1961) determinó que los conjuntos de datos que cumplen la ley de Benford todavía la cumplen cuando se multiplican por una constante distinta de cero. Berger (2005), demuestra que la ley de Benford es un teorema invariante de la escala.

En el 2014, Qiuzi Fu et al., utilizaron la distribución de referencia de segundo dígito de Benford para rastrear los datos del Índice de Calidad del Aire (AQI, por sus siglas en inglés) para 35 monitores durante el período 2013-2014 en Beijing en su artículo "An Investigation of the Quality of Air Data in Beijing". El método que proponen contrasta con la ley de Benford, realizando en este caso las verificaciones de datos, no solo utilizando el primer dígito, sino también dígitos más altos para detectar posibles irregularidades.

En el caso del índice de calidad del aire ambiental (AQI), los primeros dígitos no suelen variar mucho durante períodos de tiempo limitados, con lo que fue posible utilizar la ley de segundo dígito de Benford como una distribución de referencia para rastrear las frecuencias empíricas del AQI (Fu, Fang, Villas, & Judge, 2014).

Qinglei Li y Zuntao Fu (2016), estudiaron la forma de cuantificar los efectos de la no estacionariedad en la organización de los movimientos turbulentos de los remolinos en la atmósfera. Utilizan la prueba de la chi-cuadrada de Pearson y se adopta un cuantificador llamado entropía de primer dígito de múltiples escalas (MFDE), para probar que se siga la ley de Benford.

Como resultado las series de velocidades verticales estacionarias y no estacionarias son consistentes con la conclusión de que las desviaciones de la distribución del primer dígito de la ley de Benford varían con diferentes escalas en sistemas caóticos deterministas y no en los procesos estocásticos (Li & Fu, 2016).

Lang Qin et al. (2019), en su estudio para fortalecer la investigación sobre la evaluación de la calidad de los datos agrometeorológicos analizaron empíricamente los conjuntos de datos de precipitación de China de 1951 a 2015 a partir de una prueba temporal, prueba espacial y una prueba de dimensión escalonada en el tiempo y el espacio.

El método realizado por Lang Qin et al. (2019), fue dividir los datos de precipitación en grupos, primero en un intervalo de diez años que luego fue disminuyendo, donde si la frecuencia de distribución del primer dígito de los conjuntos de datos pasa las pruebas de significancia, y cada grupo obedece bien la ley de Benford, se considera que el conjunto de datos de precipitación es confiable. Por último, en el estudio realizado, probaron que en conjuntos de datos con fluctuaciones grandes había errores en los datos, dando como resultado alteraciones en los mapas de error de las estadísticas de frecuencia (Qin, y otros, 2019).

Joannes-Boyau et al. (2015) realizaron un estudio aplicando la ley de Benford a las distancias recorridas por ciclones tropicales desde 1842 hasta 2014. Descubrieron que los valores que no cumplen con la ley de Benford cayeron drásticamente conforme mejoraron las observaciones meteorológicas y de manera constante con el tiempo debido a que la homogeneidad, la precisión y la integridad del conjunto de datos fueron cada vez mejor.

Los dos períodos anteriores y posteriores a 1960 pueden separarse claramente, porque

el valor de desajuste después de mediados de la década de 1960 es mucho más bajo que los observados en el registro inicial, y en algunos casos, la ley de Benford puede proporcionar la capacidad de identificar períodos específicos. eliminar o corregir registros sesgados para modelar con precisión el conjunto de datos (Boyau, Bodin, Scheffers, Sambridge, & May, 2015).

2. METODOLOGÍA

Se usaron datos del modelo de alta resolución del IMN (WRF-1.5) con una resolución espacial de 1,5 km, de núcleo dinámico Advanced Research Weather (ARW) y no-hidrostático, que modela el tiempo para un período de cinco días. Se utilizaron datos iniciales del modelo Global Forecast System (GFS) para ingesta de las corridas del WRF de las 12Z, modelado por el WRF para el periodo del 02 de septiembre del 2019 al 23 de abril del 2021.

Se utilizaron los datos observados de lluvia diaria de 16 estaciones del IMN (cuadro 1), distribuidas a lo largo de todo el territorio costarricense, utilizando un registro entre el 02 septiembre del 2019 y el 23 de abril del 2021.

Cuadro 1. Estaciones meteorológicas del IMN utilizadas en el estudio.

Número	Nombre de la Estación	Latitud Norte	Longitud Oeste
84187	Fabio Baudrit	10° 00' 18"	84° 15' 56"
84141	IMN, Aranjuez	09° 56' 16,61"	84° 04' 10,83"
84225	UTN, Balsa	09° 56' 8,1"	84° 22' 47,3"
88051	Rodeo De Tarrazú	09° 40' 34,4"	84° 01' 06,3"
98097	Montecarlo, PZ	09° 21' 28"	83° 36' 03"
100643	Rio Claro, Golfito	08° 40' 29"	83° 03' 43"
80013	San Miguelito de Barranca, Puntarenas	09° 59' 59,6"	84° 42' 10,7"
76059	Hda. Taboga, Cañas	10° 20' 45"	85° 10' 39"
74051	Aerop. de Liberia Oeste 07	10° 35' 20,40"	85° 33' 07,70"
72191	La Cruz, Guanacaste	11° 03' 13,32"	85° 37' 59,64"
69633	Comando Los Chiles	11° 01' 54"	84° 42' 42"
69679	Upala	10° 52' 51"	85° 04' 21"
69701	ITCR, San Carlos	10° 21' 38,2"	84° 30' 48,7"
73123	ITCR, Cartago	09° 51' 08"	83° 54' 31"
73147	Guápiles	10° 12' 41,8"	83° 46' 18"
87013	Sixaola	09° 31' 39"	82° 38' 2"
81005	Aerop. de Limón	09° 57' 44"	83° 01' 29"
73151	Turrialba Centro	09° 54' 36,21"	83° 40' 44,43"

Fuente: Instituto Meteorológico Nacional

Se calcularon los siguientes estadísticos: el sesgo (BIAS), la probabilidad de detección (Probability of Detection, POD), el índice de falsas alarmas (False Alarm Ratio, FAR) y el índice crítico de éxito (Critical Success Index, CSI), a los resultados de la simulación de la precipitación del WRF y los valores observados, basándose tanto en estadísticas continuas como en umbrales, siguiendo la metodología de Yates et al. (2006).

Los estadísticos continuos son aquellos que utilizan toda la serie de valores, como el BIAS. Una puntuación tradicional que mide la inclinación del modelo a subestimar o sobrestimar los valores de precipitación en promedio, es decir, la media de la diferencia entre los valores observados y simulados (Yates, y otros, 2006).

$$BIAS = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N P_i - R_i = m_p - m_R \quad (2)$$

donde R_i y P_i son respectivamente la referencia y los valores pronosticados entre N y m_R y m_p son la media de los valores de lluvia de referencia y pronosticados.

Cuadro 2. Tabla de contingencia 3x3 utilizada para el estudio estadístico (Alfaro & Soley, 2003)

Pronóstico/ Observado	BN	N	AN	Total
BN	a	b	c	a+b+c
N	d	e	f	d+e+f
AN	g	h	i	g+h+i
Total	a+b+c	b+e+h	c+f+i	m

AN = Arriba de lo Normal, BN = Bajo lo Normal y N = Normal.

Siguiente, se calculó el *POD* (Yates, y otros, 2006), da la tasa de ubicaciones bien predichas entre las ubicaciones donde la referencia está por encima del umbral; un pronóstico perfecto tiene $POD = 1$:

$$POD = \frac{i}{c + f + i} \quad (3)$$

También se calculó el *FAR* (Yates, y otros, 2006) (Ebert, 2008), que da la tasa de ubicaciones mal pronosticadas entre las ubicaciones donde el pronóstico está por encima del umbral; un pronóstico perfecto tiene $FAR = 0$:

$$FAR = \frac{g}{g + h + i} \quad (4)$$

Por último, se calculó el CSI o la puntuación de amenaza que varía de 0 – 1, donde uno indica un sistema que puede pronosticar correctamente todos los eventos y cero un sistema que no puede pronosticar cualquier evento correctamente (Hogan, Ferro, Jolliffe, & Stephenson, 2010) (Hilliker, 2004).

$$CSI = \frac{1}{\frac{1}{POD} + \frac{1}{1 - FAR} - 1} \quad (5)$$

Por otra parte, se utilizó el análisis de la ley de Benford en comparación con los análisis obtenidos con FAR, BIAS, POD y CSI, con el objetivo de determinar si la ley de Benford es útil para la evaluación de modelos numéricos.

Se tomaron en cuenta los primeros dígitos de cada día de lluvia mayor a 1 mm, los primeros dígitos de los números que corresponden a un día con lluvia se contaron. Por ejemplo, si llovió 10 mm en un día en San José, el número 1 en este caso sería el primer dígito de ese día. Se tabularon cuantos días con lluvia correspondieron a cada valor de primer dígito.

Tomando en cuenta que la ley de Benford es válida para los valores de lluvia observada, se interpretó que, si el modelo tiene valores de los primeros dígitos de 3, 4, 5, 6, 7, 8 y 9 más frecuentes en la lluvia modelada que los valores de primer dígito 1 observados, se asumió que está sobrestimando la lluvia, por otro lado, si se tenían valores más cercanos a uno o dos modelados por el WRF que los observados para cada primer dígito, se interpretó que el modelo estaba subestimando la lluvia. Para ello se compararon los datos diarios de cada una de las estaciones con los modelados por el WRF.

Se realizó un análisis de significancia para saber si los resultados obtenidos eran significativos o no significativos, para ello se realizó una prueba de significancia

estadística de chi-cuadrado, donde si existe una concordancia exacta entre las frecuencias observadas y las pronosticadas, el estadístico tomará un valor igual a cero, de lo contrario como consecuencia se rechazará la hipótesis nula (Tallarida & Murray, 1987)

3. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Analizando los datos simulados por el modelo y comparándolos con las observaciones, se determinó que en la estación de Alajuela el modelo sobrestimó casi dos veces la lluvia con respecto a los datos observados; por otro lado, para San José y Limón, los datos de precipitación del modelo son muy similares, pudiéndose comprobar que la simulación se comportó de acuerdo a la ley de Benford y con una tendencia mensual muy similar a la observada, pronosticando correctamente las variaciones en la precipitación mensual (figuras 2, 21 y 22).

Los datos observados y modelados registraron una disminución de lluvias en julio, lo cual se asoció con la presencia de la Canícula o Veranillo en todas las estaciones de la región Pacífico analizadas (anexo: figuras 2-10), excepto por las estaciones de Puntarenas (anexo: figura 6), Golfito (anexo: figura 7) y Atenas (anexo: figura 10).

Para la región del Valle Central, en la estación de Alajuela el modelo sobrestimó casi el triple la lluvia observada para los meses lluviosos; mientras que, en la estación de San José, subestimó en los meses del veranillo y para Atenas el modelo subestima la lluvia observada para el mes de abril casi el triple.

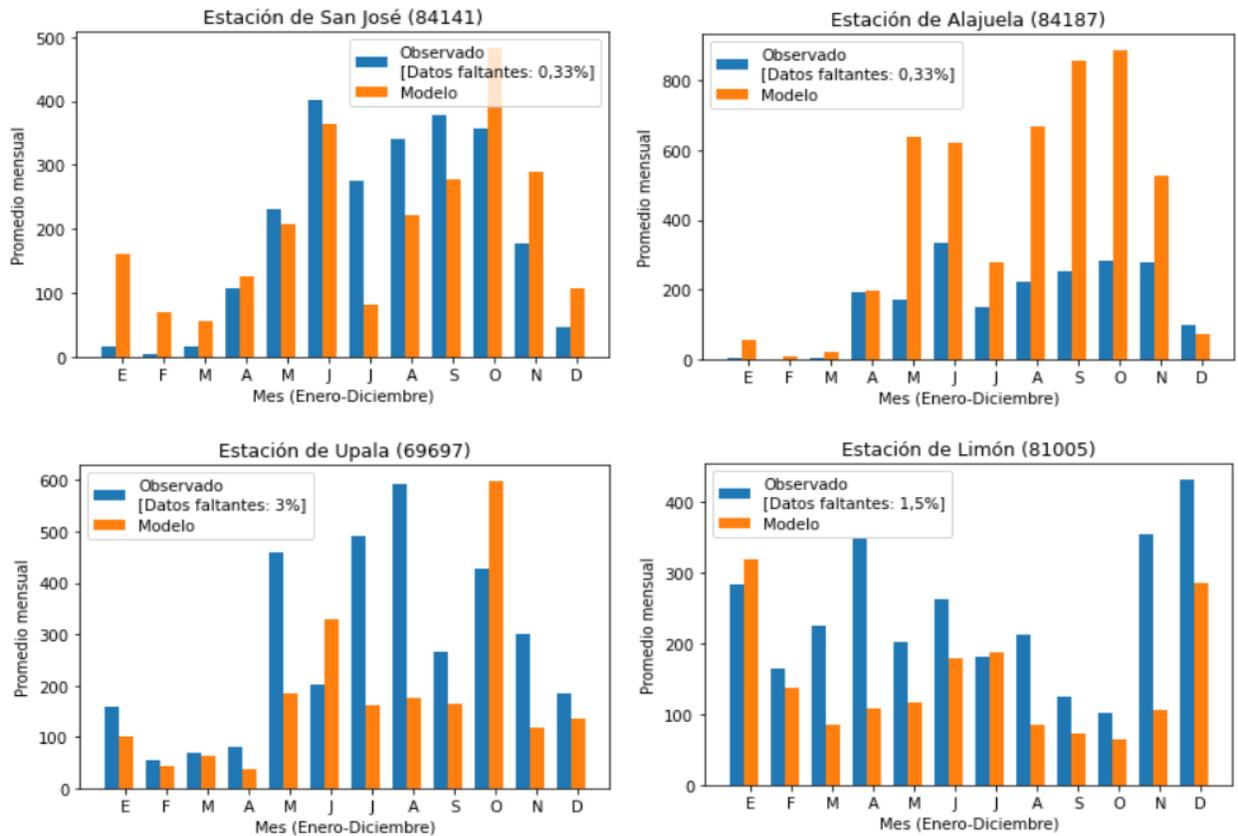


Figura 2: Comparación del promedio del acumulado mensual entre los datos del WRF y datos observados.

Los resultados obtenidos muestran que en el Pacífico Norte (anexo: figura 6) el modelo sobrestimó la lluvia en comparación con lo observado en la estación de Puntarenas, Cañas y Liberia; sin embargo, para la estación de La Cruz el modelo subestimó la lluvia que pronosticó.

En el Pacífico Sur (anexo: figura 7), para Pérez Zeledón el WRF subestimó la lluvia en los meses secos y para Golfito sobrestima la lluvia de lo observado.

En el Pacífico Central (anexo: figura 8) el modelo numérico sobrestima en casi todos los meses, aunque en la mayoría menos del doble, excepto en los meses de abril y diciembre donde sobrestima más del triple.

Para la vertiente del Caribe, la región Zona Norte (anexo: figura 5) el modelo WRF subestimó casi el doble la lluvia en comparación con lo observado.

Se graficaron los promedios mensuales para el año 2019, 2020 y 2021 basados en datos diarios y se compararon con la lluvia modelada por el WRF.

Además, se analizaron los porcentajes del primer dígito de Benford de cada dato diario (figura 2). Finalmente se comparó el promedio mensual del conjunto de datos obtenido del modelo WRF con el conjunto de datos obtenido a través de las estaciones del IMN (cuadro 1).

En los análisis de lluvia acumulada mensual, para la región del Caribe Norte (anexo: figura 8) y Sur (anexo: figura 9) el modelo numérico subestimó la lluvia; en particular para la estación de Turrialba se tiene una sobrestimación en el mes de octubre y para Guápiles en el mes de junio.

En las figuras anexadas (a partir de la figura 11), se presentaron los resultados para el

método de evaluación a través de la ley de Benford, en todas las estaciones analizadas de todas las regiones climáticas del país, utilizando los métodos de evaluación señalados.

En el cuadro 3, la tabla de contingencia para todo el modelo, se observó el emparejamiento de lo pronosticado y observado, presentando una gran similitud entre lo pronosticado y observado con un leve sesgo a sobreestimar eventos normales de lluvia y a pronosticar muy bien los eventos extremos.

Cuadro 3. Tabla de contingencia 3x3 utilizada para el estudio estadístico para todo el modelo.

Pronostico/ Observado	BN	N	AN	Total
BN	35	34	28	97
N	6	44	28	78
AN	14	59	72	145
Total	55	137	128	320

El cuadro 4 muestra los resultados de los índices estadísticos calculados a partir de la tabla de contingencia donde los resultados de los índices estadísticos mostraron un mayor POD para la vertiente del Pacífico con un valor de 0,63, lo que indica un mejor desempeño del modelo en esta vertiente. En la vertiente del Caribe se obtuvo un mal desempeño con un POD de 0,43 dando como resultado para el modelo (en general) un POD de 0,56. Sin embargo, se obtuvo un resultado bajo de falsas alarmas de 0,1 para la vertiente del Pacífico y 0,04 para la vertiente del Caribe. Para el CSI la vertiente del pacifico obtuvo un buen resultado de 0,59, pero para el Caribe es de 0,42, por lo que no se tiene un buen resultado para esta vertiente.

Utilizando el factor de sesgo, se compararon los promedios mensuales de las estaciones de la vertiente Pacífico, solo Atenas, Pérez Zeledón y La Cruz, subestimó la lluvia de lo observado.

De las otras seis estaciones pertenecientes a la vertiente del Caribe se obtuvo que el modelo subestimó la lluvia, lo que es probable que se deba a una condición menos ventosa, con menor arrastre de humedad.

En el Pacífico la comparación de la precipitación modelada y observada fue muy similar, generándose condiciones de mayor cantidad de falsas alarmas muy probablemente por la influencia del modelo a generar más precipitación de lo normal.

Cuadro 4. Comparación de las FAR, POD y CSI para las regiones del Caribe, del Pacífico y para todo el país para la lluvia pronosticada durante el periodo del 2 septiembre 2019 al 23 de abril del 2020.

Región	POD	FAR	CSI
Caribe	0,43	0,04	0,43
Pacifico	0,63	0,11	0,59
Total	0,56	0,10	0,53

Aplicando el método de Benford, se obtuvieron resultados del modelo más cercanos a la teoría de Benford y otros no tanto (figura 3), se muestra una comparación entre el porcentaje de datos diarios para la estación de Golfito y Atenas. En Golfito el modelo representa muy bien la teoría de Benford, pero para la estación de Atenas los datos se muestran irregulares ya que el modelo que encuentra subestimando mucho la lluvia.

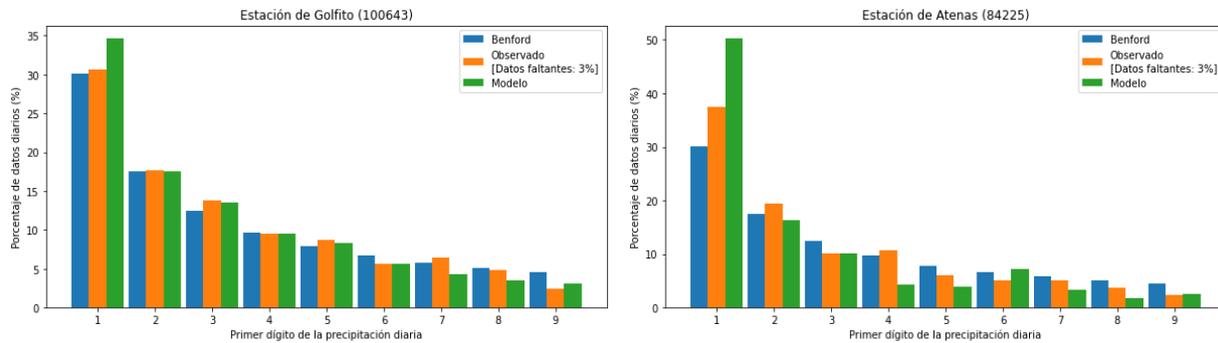


Figura 3. Comparación del porcentaje de datos diarios entre la estación de Golfito (100643) y la estación de Atenas (84225), aplicando el método de Benford.

En los gráficos de Benford (figura 4) se compararon entre el gráfico del lado izquierdo que contiene los valores observados, con un porcentaje de datos faltantes de 15,31 % y el gráfico de la derecha donde se tienen datos casi aleatorios debido a un error que se cometió durante el proceso de investigación que nos obligó a poner un mayor énfasis en la figura para poder entender el porqué de la diferencia.

Al hacer el análisis se determinó que había un error en el programa. La discrepancia existente entre ambos gráficos de Benford se debe a que la naturaleza sigue la Ley de Benford, así como se obtuvo un resultado similar en el estudio de huracanes “Using Benford’s law to investigate Natural Hazard dataset homogeneity” (Boyau, Bodin, Scheffers, Sambridge, & May, 2015).

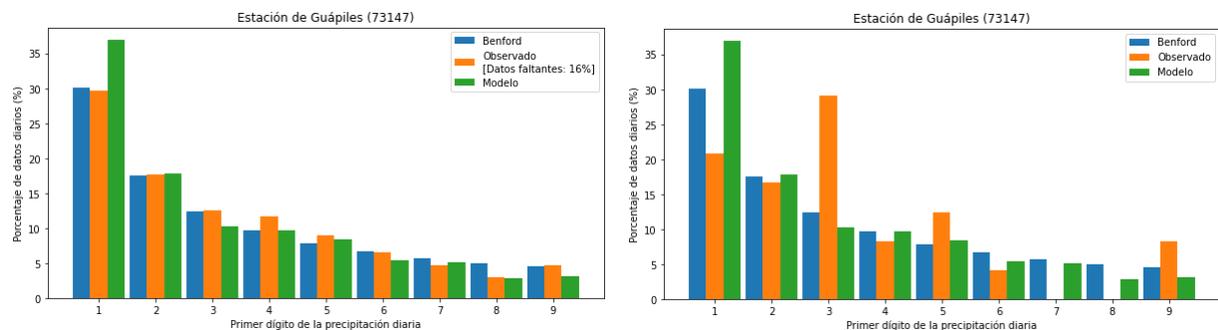


Figura 4. Comparación del porcentaje de datos diarios entre los datos correctos (izquierda) y los datos erróneos (derecha) para la estación de Guápiles (84141), aplicando el método de Benford.

Analizando el gráfico de Alajuela (anexo: figura 21), si observamos el valor de 2 o de 4, en Alajuela el modelo tiende a sobrestimar porque tenemos más valores en el modelo que, en lo observado, al comparar esto con el promedio acumulado mensual (anexo: figura 10), ambos resultados coinciden.

De la gráfica de Tarrazú (anexo: figura 19), el modelo está subestimando en 1, pero en 2 tenemos que el modelo está sobrestimando

lo observado, y observando el promedio acumulado mensual (anexo: figura 8), vemos que efectivamente el modelo está sobrestimando. El modelo para Tarrazú tiene valores pequeños de 1 y valores grandes de 2, 3, y 4.

En cambio, en la estación La Cruz (anexo: figura 6) se observa que el modelo está subestimando y observando la gráfica de Benford (anexo: figura 20), se tienen valores

mayores de 1 en comparación con lo observado y en 3, 4 en adelante se tienen valores similares o por debajo de lo observado.

En Puntarenas y Cañas (anexo: figura 5), el modelo está sobrestimando, por lo que los valores con el primer dígito mayor o igual a 3, deben estar por encima de lo observado.

De la vertiente del Caribe, se observa la estación de Guápiles (anexo: figura 19) con valores mayores en 1, al igual que las estaciones de la región Huetar Norte (anexo: figura 17) y el Caribe Sur (anexo: figura 22).

La prueba de significancia se calculó tanto para las regiones del Caribe como del pacífico de nuestro país obteniendo un mejor resultado en el Caribe con un valor para p de 0,00059, para la región del pacífico se obtuvo un valor de p de 0,022398 por lo que ambas regiones son significativas al 95 % teniendo valores de $p < 0,05$. Al realizar la prueba de significancia para todo el país se obtuvo un valor de $p < 0,00001$ por lo que el modelo es significativo con un valor de chi-cuadrado de 11,4 (cuadro 5).

Cuadro. 5. Tabla de significancia estadística. Valores p y de Chi cuadrado para cada vertiente de Costa Rica.

Vertiente	p-value	chi-square
Caribe	0,000056	24,76
Pacífico	0,022398	11,40
Total	< 0,00001	40,63

4. CONCLUSIONES

Al utilizar Benford fue más sencillo obtener resultados que los índices estadísticos POD, BIAS, FAR y CSI, ya que este conlleva menos dificultad al trabajar con los datos y únicamente se necesita un cálculo. El método de Benford se considera viable ya que, al tener un código funcional y ajustable,

se puede utilizar para distintos conjuntos de datos.

Es un método sencillo para evaluar la lluvia y su comportamiento en Costa Rica, y facilita su comparación con modelos numéricos.

Benford muestra una ventaja al usarse para Costa Rica, debido a las grandes cantidades de lluvia que se presentan en diferentes regiones del país a lo largo del año.

El método de la ley de Benford no puede ser utilizado para regiones secas o donde se tenga muchos días consecutivos con poca lluvia (menor a 1 mm), debido a que va a tener una desventaja al calcular el valor del primer dígito que debe ser diferente de cero, por lo que no podrá hacerse el cálculo.

Benford es un método que puede servir como primera aproximación para estudiar si el modelo está funcionando correctamente o no. Se puede interpretar que el modelo está sobrestimando o subestimando la lluvia solo al ver la escala de Benford y ver la distribución modelada comparada con la observada o incluso en ausencia de datos comparándose con los valores teóricos.

Si la precipitación modelada es mayor a la observada (con los valores del primer dígito de 3 a 9), entonces se interpreta que el modelo va a tender a sobrestimar lo suficiente para generar valores muy diferentes de la lluvia, pero si lo modelado es mayor en el primer dígito igual a 1, se interpreta que el modelo va a tender a subestimar. Si son valores muy similares, significa que se está obteniendo un buen pronóstico.

Conforme menos datos se tenían, más se alejaban de la teoría de Benford, por lo cual se tiene como ventaja saber si se está teniendo problemas o no al hacer la evaluación del modelo.

Los resultados del sesgo (BIAS) y la comparación de promedios mensuales entre

la lluvia observada y la pronosticada, mostraron que el modelo subestimó los datos de lluvia observada en el Caribe y sobrestima en el Pacífico.

El modelo sobrestima la precipitación en las estaciones de Liberia, Puntarenas, Cañas, Tarrazú, Golfito, Alajuela y San José, de la vertiente del Pacífico. En las estaciones de la vertiente del Caribe, el modelo subestimó la lluvia observada.

En la vertiente del Pacífico lo observado cumple con una disminución de lluvias en julio y el modelo representa el veranillo o el "mid-summer dry spell".

La habilidad del modelo para pronosticar lluvia en la vertiente del Pacífico fue mayor, que en el Caribe (como lo indican los valores de POD), eso implica que el modelo se acerca más a los resultados observados en el Pacífico que en el Caribe de Costa Rica, debido a que en el Caribe subestimó mucho la lluvia observada.

Hay pocas falsas alarmas, debido a que el indicador de FAR fue de 0,10. Los resultados fueron significativos al 95 % al tener un valor de p menor a 0,05.

5. ANEXOS

Cuadro 6. Tabla de contingencia 3x3 utilizada para el estudio estadístico para la vertiente del Caribe (izquierda) y la vertiente del pacifico (derecha).

Pronostico/ Observado	BN	N	AN	Total
BN	28	24	18	70
N	4	11	8	23
AN	1	6	20	27
Total	33	41	46	120

Pronostico/ Observado	BN	N	AN	Total
BN	7	10	10	27
N	2	33	20	55
AN	13	53	52	118
Total	22	96	82	200

Cuadro 7. Porcentajes de datos faltantes para las estaciones del IMN (02 de septiembre del 2019 al 23 de abril del 2021).

Número	Nombre de la Estación	Datos faltantes (%)
80013	San Miguelito de Barranca. Puntarenas	26
73147	Guápiles	16
98097	Montecarlo. PZ	13
88051	Rodeo de Tarrazú	9
87013	Sixaola	8
76059	Hda. Taboga. Cañas	8
74051	Aerop. Liberia Oeste 07	5
84225	UTN. Balsa	3
69679	Upala	3
100643	Rio Claro. Golfito	3
72191	La Cruz. Guanacaste	3
81005	Aerop. Limón	2
73151	Turrialba Centro	1
84187	Fabio Baudrit	1
84141	IMN. Aranjuez	1
69701	ITCR. San Carlos	0

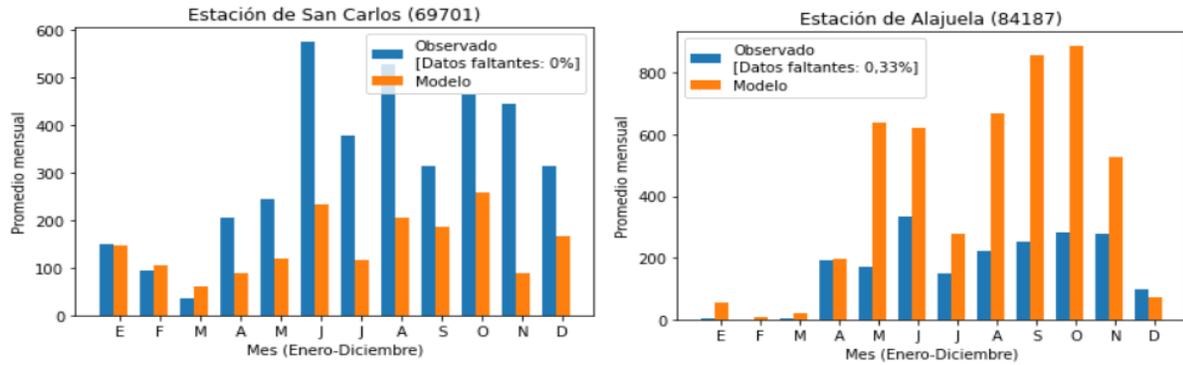


Figura 5. Promedio mensual para la región Huetar Norte entre el periodo del 02 de septiembre del 2019 y el 23 de abril del 2021.

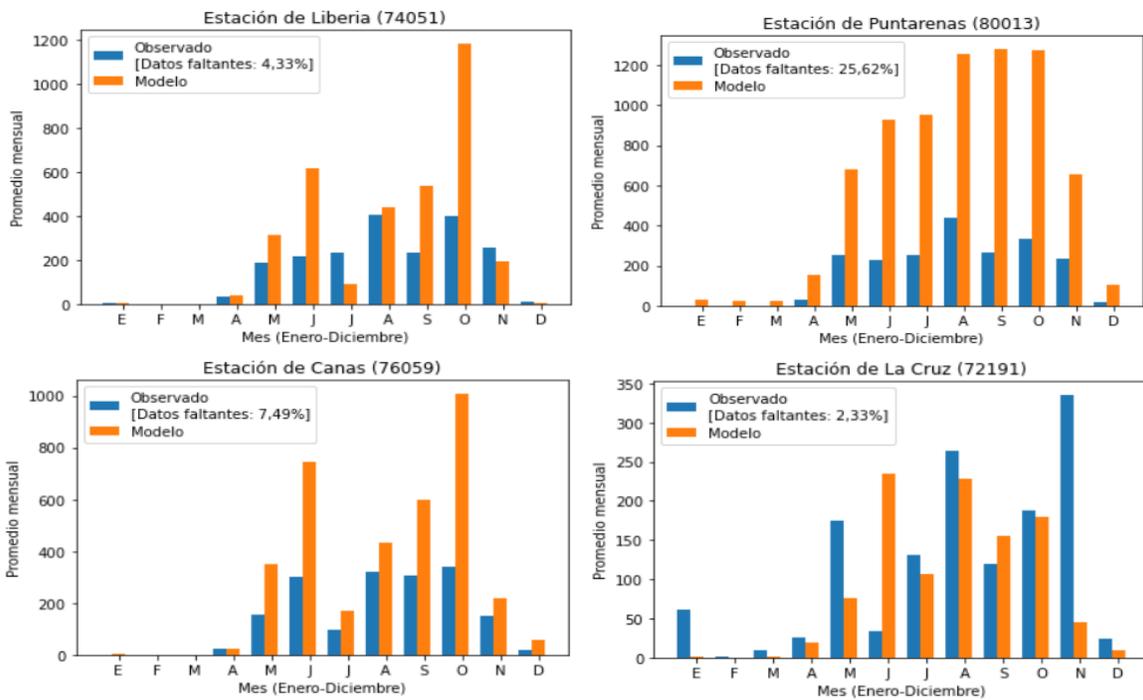


Figura 6. Promedio mensual para la región del Pacífico Norte entre el periodo del 02 de septiembre del 2019 y el 23 de abril del 2021.

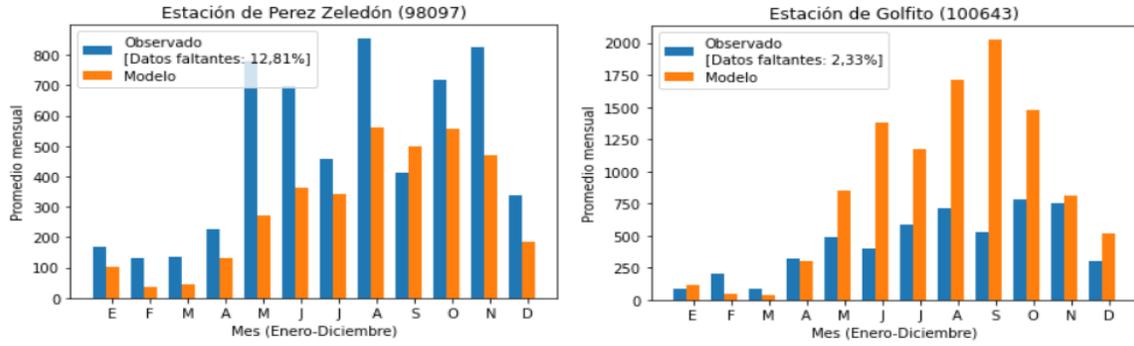


Figura 7. Promedio mensual para la región del Pacífico Sur entre el periodo del 02 de septiembre del 2019 y el 23 de abril del 2021.

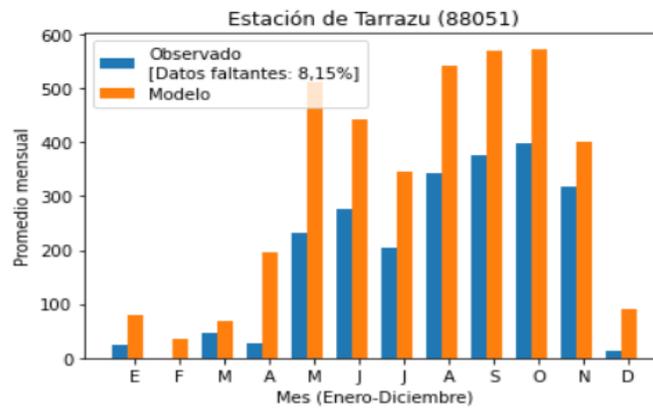


Figura 8. Promedio mensual para la región del Pacífico Central en el periodo del 02 de septiembre del 2019 y el 23 de abril del 2021.

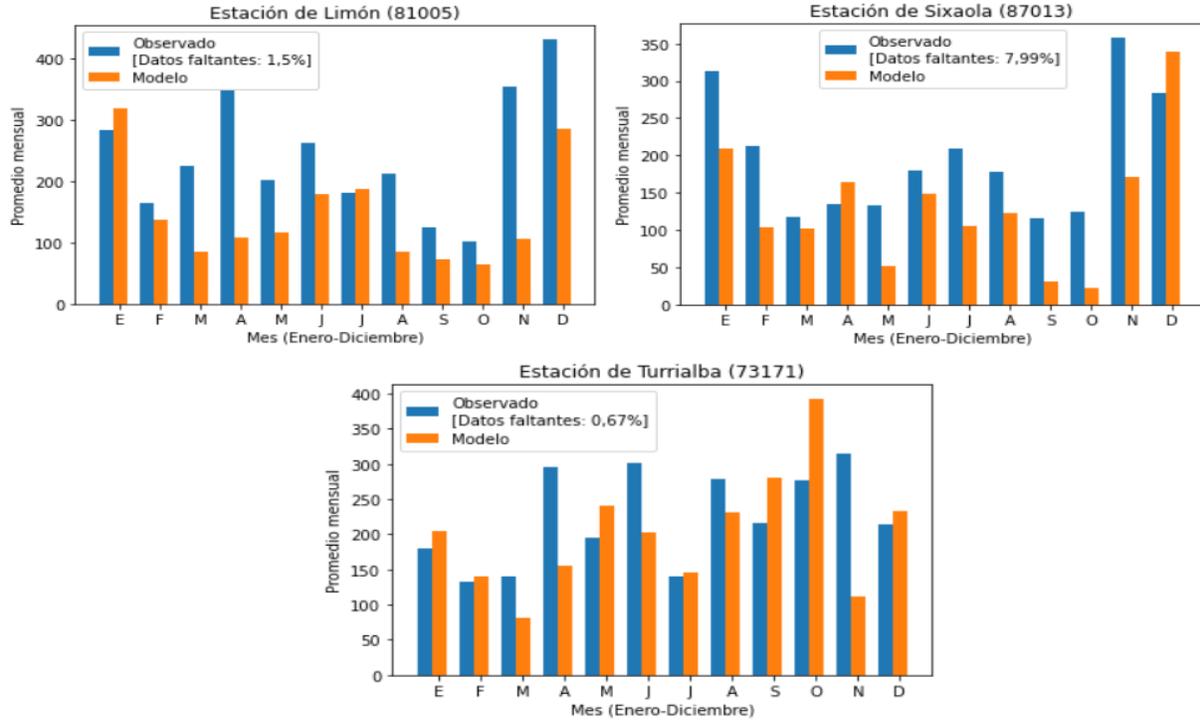


Figura 9. Promedio mensual para la región del Caribe Sur entre el periodo del 02 de septiembre del 2019 y el 23 de abril del 2021.

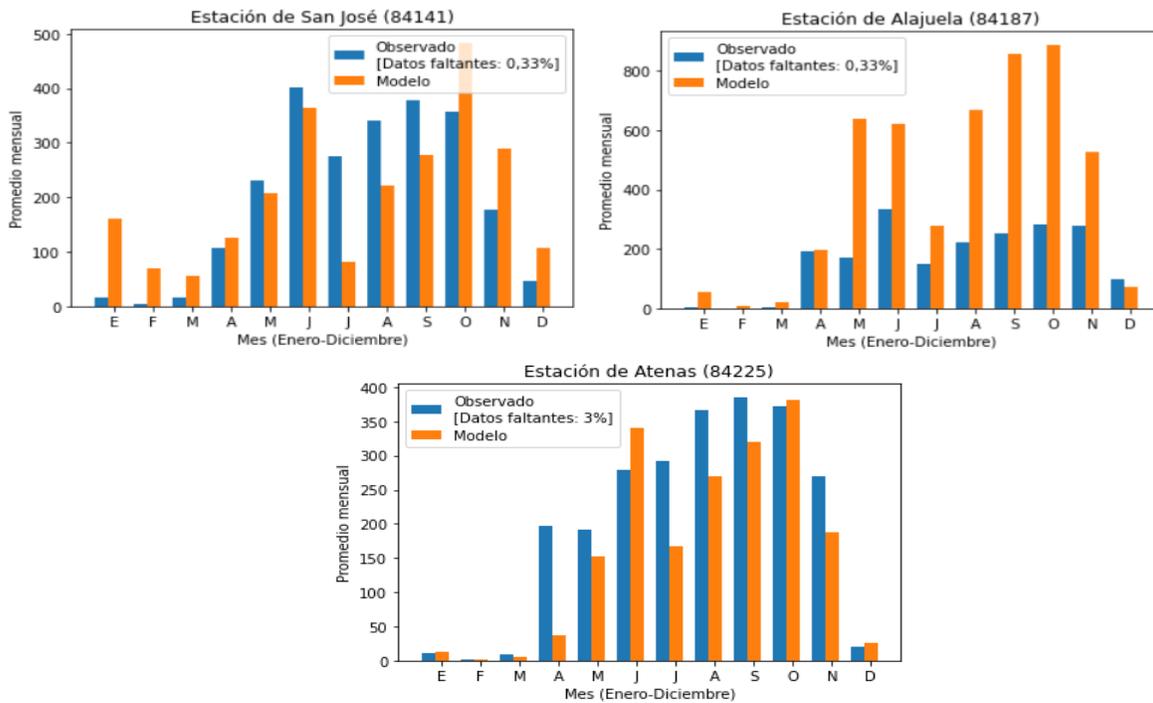


Figura 10. Promedio mensual para la región del Valle Central entre el periodo del 02 de septiembre del 2019 y el 23 de abril del 2021.

Primer digito	Valor teorico %	Valor empirico %	Valor Modelo %
1	30.1	35.27	38.14
2	17.6	22.32	16.82
3	12.5	12.05	13.21
4	9.7	8.93	10.81
5	7.9	6.7	6.31
6	6.7	3.57	4.8
7	5.8	3.13	5.11
8	5.1	4.46	2.7
9	4.6	3.57	2.1

(a)

Primer digito	Valor teorico %	Valor empirico %	Valor Modelo %
1	30.1	30.53	33.76
2	17.6	18.58	21.02
3	12.5	13.27	12.1
4	9.7	9.29	10.51
5	7.9	5.75	6.05
6	6.7	7.08	6.37
7	5.8	4.87	5.41
8	5.1	5.75	0.96
9	4.6	4.87	3.82

(b)

Primer digito	Valor teorico %	Valor empirico %	Valor Modelo %
1	30.1	37.5	50.18
2	17.6	19.44	16.36
3	12.5	10.19	10.18
4	9.7	10.65	4.36
5	7.9	6.02	4
6	6.7	5.09	7.27
7	5.8	5.09	3.27
8	5.1	3.7	1.82
9	4.6	2.31	2.55

(c)

Figura 11. (a) San José, (b) Alajuela y (c) Atenas. Valores del primer dígito obtenidos en todo el conjunto de datos del modelo WRF y las estaciones del IMN (empíricos) frente a los valores teóricos descritos por la ley de Benford, para la región del Valle Central entre el periodo del 02 de septiembre del 2019 y el 23 de abril del 2021.

Primer digito	Valor teorico %	Valor empirico %	Valor Modelo %
1	30.1	31.82	36.21
2	17.6	15.58	11.49
3	12.5	14.29	13.22
4	9.7	11.04	10.92
5	7.9	9.74	9.2
6	6.7	3.9	6.9
7	5.8	5.84	4.02
8	5.1	5.19	4.6
9	4.6	2.6	3.45

(a)

Primer digito	Valor teorico %	Valor empirico %	Valor Modelo %
1	30.1	31.34	35.12
2	17.6	16.92	16.39
3	12.5	18.41	10.7
4	9.7	7.46	12.37
5	7.9	5.97	6.69
6	6.7	6.47	5.69
7	5.8	3.48	4.35
8	5.1	5.97	4.01
9	4.6	3.98	4.68

(b)

Primer digito	Valor teorico %	Valor empirico %	Valor Modelo %
1	30.1	39.23	27.69
2	17.6	14.92	15.9
3	12.5	14.92	12.82
4	9.7	6.08	13.33
5	7.9	6.63	9.74
6	6.7	8.29	7.18
7	5.8	4.97	6.15
8	5.1	3.31	2.05
9	4.6	1.66	5.13

(c)

Primer digito	Valor teorico %	Valor empirico %	Valor Modelo %
1	30.1	35.32	37.89
2	17.6	23.88	15.26
3	12.5	12.94	14.21
4	9.7	9.95	11.05
5	7.9	6.47	4.74
6	6.7	3.48	6.84
7	5.8	2.99	4.74
8	5.1	1.99	1.58
9	4.6	2.99	3.68

(d)

Figura 12. (a) Liberia, (b) Puntarenas, (c) Cañas y (d) La Cruz. Valores del primer dígito obtenidos en todo el conjunto de datos del modelo WRF y las estaciones del IMN (empíricos) frente a los valores teóricos descritos por la ley de Benford, para la región del Pacífico Norte entre el periodo del 02 de septiembre del 2019 y el 23 de abril del 2021.

Primer dígito	Valor teórico %	Valor empírico %	Valor Modelo %
1	30.1	35.98	38.78
2	17.6	18.13	22.93
3	12.5	11.9	11.46
4	9.7	9.63	6.83
5	7.9	9.35	7.32
6	6.7	4.53	4.39
7	5.8	4.53	4.63
8	5.1	2.83	2.44
9	4.6	3.12	1.22

(a)

Primer dígito	Valor teórico %	Valor empírico %	Valor Modelo %
1	30.1	35.66	36.12
2	17.6	15.82	16.12
3	12.5	13.67	11.94
4	9.7	7.51	5.37
5	7.9	5.63	8.66
6	6.7	6.17	6.27
7	5.8	5.90	6.57
8	5.1	6.70	5.67
9	4.6	2.95	3.28

(b)

Figura 13. (a) San Carlos y (b) Upala. Valores del primer dígito obtenidos en todo el conjunto de datos del modelo WRF y las estaciones del IMN (empíricos) frente a los valores teóricos descritos por la ley de Benford, para la región de la Zona Norte entre el periodo del 02 de septiembre del 2019 y el 23 de abril del 2021.

Primer dígito	Valor teórico %	Valor empírico %	Valor Modelo %
1	30.1	38.01	30.05
2	17.6	17.65	21.46
3	12.5	10.86	11.36
4	9.7	8.14	8.84
5	7.9	8.6	8.08
6	6.7	5.43	6.57
7	5.8	3.17	3.28
8	5.1	5.43	5.56
9	4.6	2.71	4.8

(a)

Primer dígito	Valor teórico %	Valor empírico %	Valor Modelo %
1	30.1	29.73	36.89
2	17.6	17.72	17.8
3	12.5	12.61	10.36
4	9.7	11.71	9.71
5	7.9	9.01	8.41
6	6.7	6.61	5.5
7	5.8	4.8	5.18
8	5.1	3	2.91
9	4.6	4.8	3.24

(a)

Figura 14. Tarrazú de la región del Pacífico Central (izquierda) y Guápiles de la región del Caribe Norte (derecha). Valores del primer dígito obtenidos en todo el conjunto de datos del modelo WRF y las estaciones del IMN (empíricos) frente a los valores teóricos descritos por la ley de Benford entre el periodo del 02 de septiembre del 2019 y el 23 de abril del 2021.

Primer dígito	Valor teórico %	Valor empírico %	Valor Modelo %
1	30.1	25	28.31
2	17.6	19.77	20.45
3	12.5	13.95	14.61
4	9.7	11.05	8.99
5	7.9	7.85	8.99
6	6.7	7.27	7.64
7	5.8	7.56	2.02
8	5.1	3.78	3.37
9	4.6	3.78	5.62

(a)

Primer dígito	Valor teórico %	Valor empírico %	Valor Modelo %
1	30.1	30.71	34.6
2	17.6	17.66	17.54
3	12.5	13.86	13.51
4	9.7	9.51	9.48
5	7.9	8.7	8.29
6	6.7	5.71	5.69
7	5.8	6.52	4.27
8	5.1	4.89	3.55
9	4.6	2.45	3.08

(b)

Figura 15. (a) Pérez Zeledón y (b) Golfito. Valores del primer dígito obtenidos en todo el conjunto de datos del modelo WRF y las estaciones del IMN (empíricos) frente a los valores teóricos descritos por la ley de Benford, para la región del Pacífico Sur entre el periodo del 02 de septiembre del 2019 y el 23 de abril del 2021.

Primer dígito	Valor teórico %	Valor empírico %	Valor Modelo %
1	30.1	31.23	37.83
2	17.6	19.93	21.74
3	12.5	14.62	13.91
4	9.7	6.31	4.78
5	7.9	8.64	7.83
6	6.7	5.98	5.22
7	5.8	5.65	1.3
8	5.1	4.65	4.35
9	4.6	2.99	3.04

(a)

Primer dígito	Valor teórico %	Valor empírico %	Valor Modelo %
1	30.1	31.76	32.83
2	17.6	17.65	16.16
3	12.5	14.12	15.15
4	9.7	10.98	11.11
5	7.9	7.45	7.07
6	6.7	4.71	6.57
7	5.8	3.92	3.54
8	5.1	5.49	3.54
9	4.6	3.92	4.04

(b)

Primer dígito	Valor teórico %	Valor empírico %	Valor Modelo %
1	30.1	31.25	41.62
2	17.6	18.09	19.27
3	12.5	11.51	12.57
4	9.7	9.21	7.82
5	7.9	8.22	5.87
6	6.7	6.25	4.19
7	5.8	6.91	3.91
8	5.1	4.28	2.79
9	4.6	4.28	1.96

(c)

Figura 16. (a) Limón, (b) Sixaola y (c) Turrialba. Valores del primer dígito obtenidos en todo el conjunto de datos del modelo WRF y las estaciones del IMN (empíricos) frente a los valores teóricos descritos por la ley de Benford, para la región del Caribe Sur entre el periodo del 02 de septiembre del 2019 y el 23 de abril del 2021.

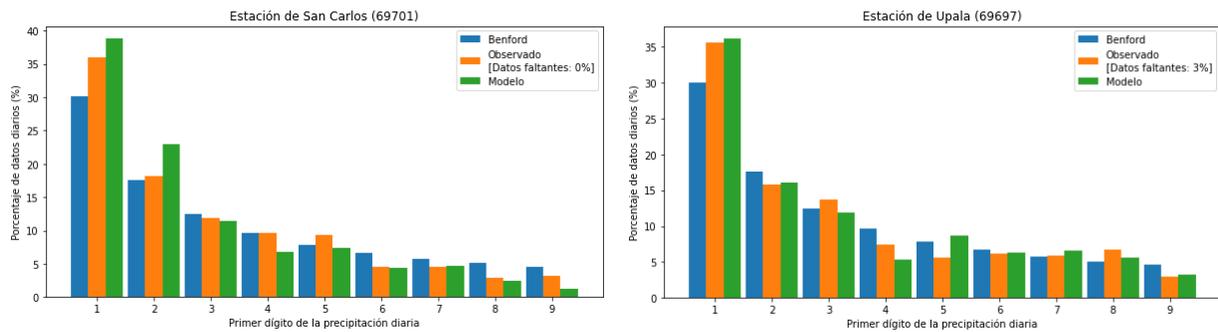


Figura 17. Comparación de la distribución de la ocurrencia del primer dígito en el conjunto de datos del modelo WRF y las estaciones del IMN con las estimaciones teóricas de la Ley de Benford, en la región de la Zona Norte entre el periodo del 02 de septiembre del 2019 y el 23 de abril del 2021.

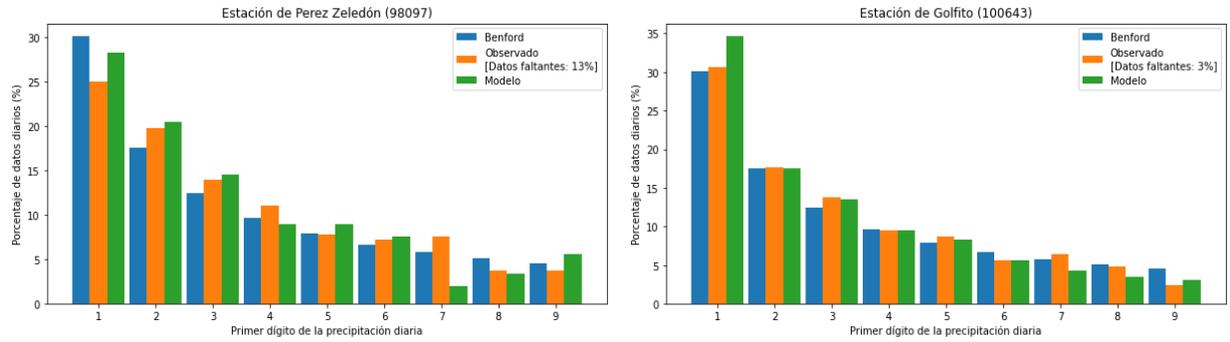


Figura 18. Comparación de la distribución de la ocurrencia del primer dígito en el conjunto de datos del modelo WRF y las estaciones del IMN con las estimaciones teóricas de la Ley de Benford, en la región del Pacífico Sur entre el periodo del 02 de septiembre del 2019 y el 23 de abril del 2021.

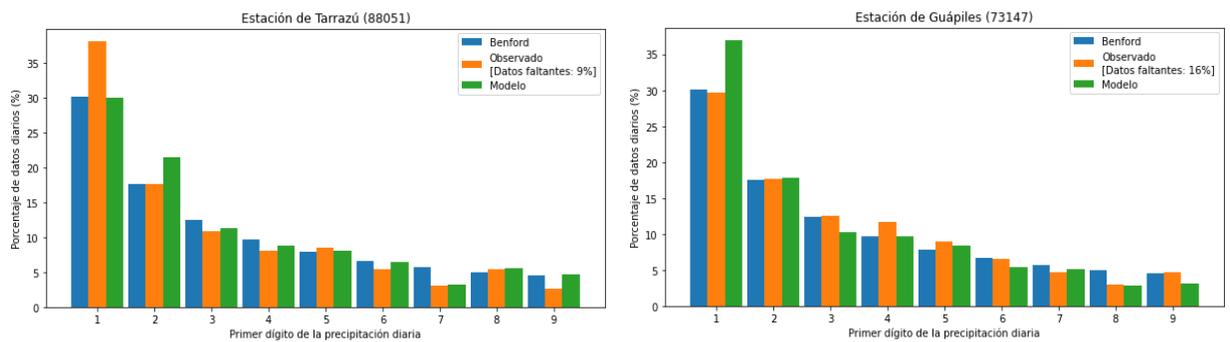


Figura 19. Comparación de la distribución de la ocurrencia del primer dígito en el conjunto de datos del modelo WRF y las estaciones del IMN con las estimaciones teóricas de la Ley de Benford, para Tarrazú en la región del Pacífico Central (izquierda) y para Guápiles en la región del Caribe Norte (derecha), entre el periodo del 02 de septiembre del 2019 y el 23 de abril del 2021.

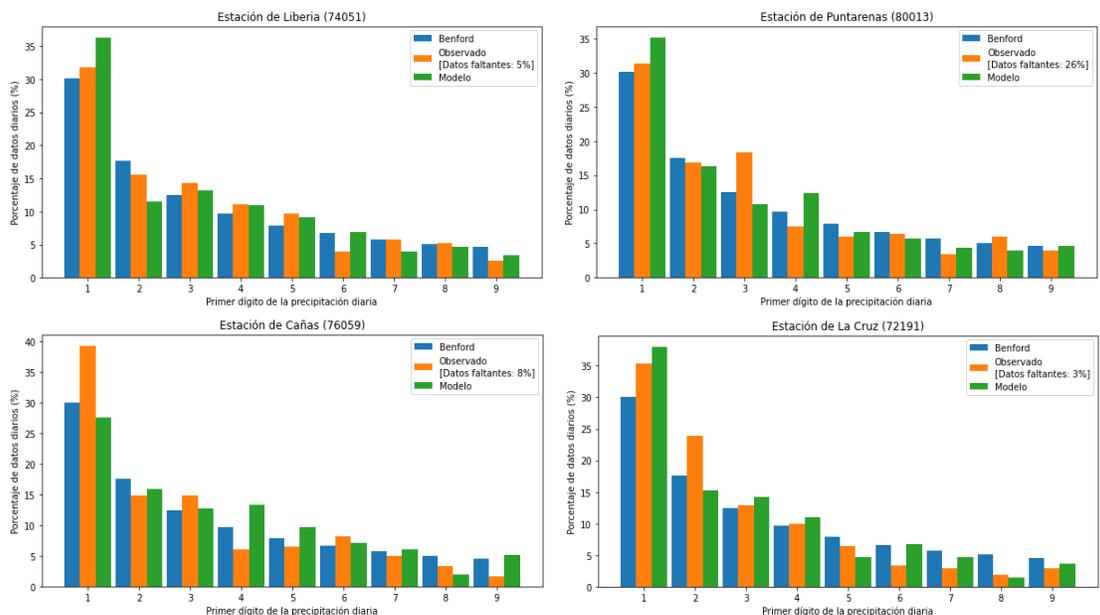


Figura 20. Comparación de la distribución de la ocurrencia del primer dígito en el conjunto de datos del modelo WRF y las estaciones del IMN con las estimaciones teóricas de la Ley de Benford, en la región del Pacífico Norte entre el periodo del 02 de septiembre del 2019 y el 23 de abril del 2021.

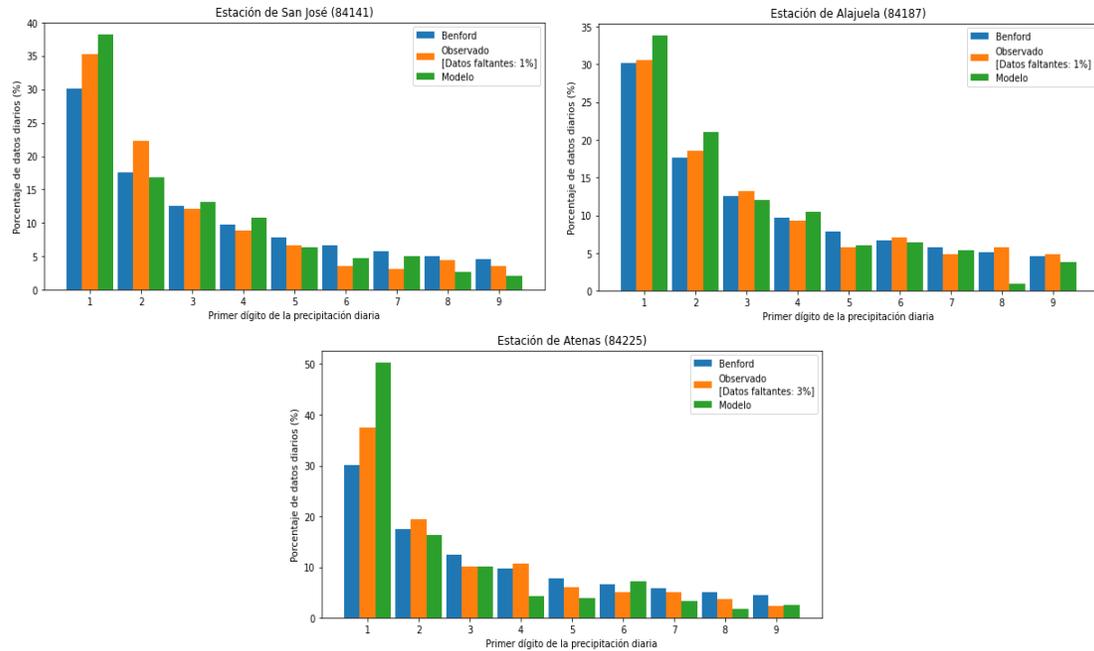


Figura 21. Comparación de la distribución de la ocurrencia del primer dígito en el conjunto de datos del modelo WRF y las estaciones del IMN con las estimaciones teóricas de la Ley de Benford, en la región del Valle Central entre el periodo del 02 de septiembre del 2019 y el 23 de abril del 2021.

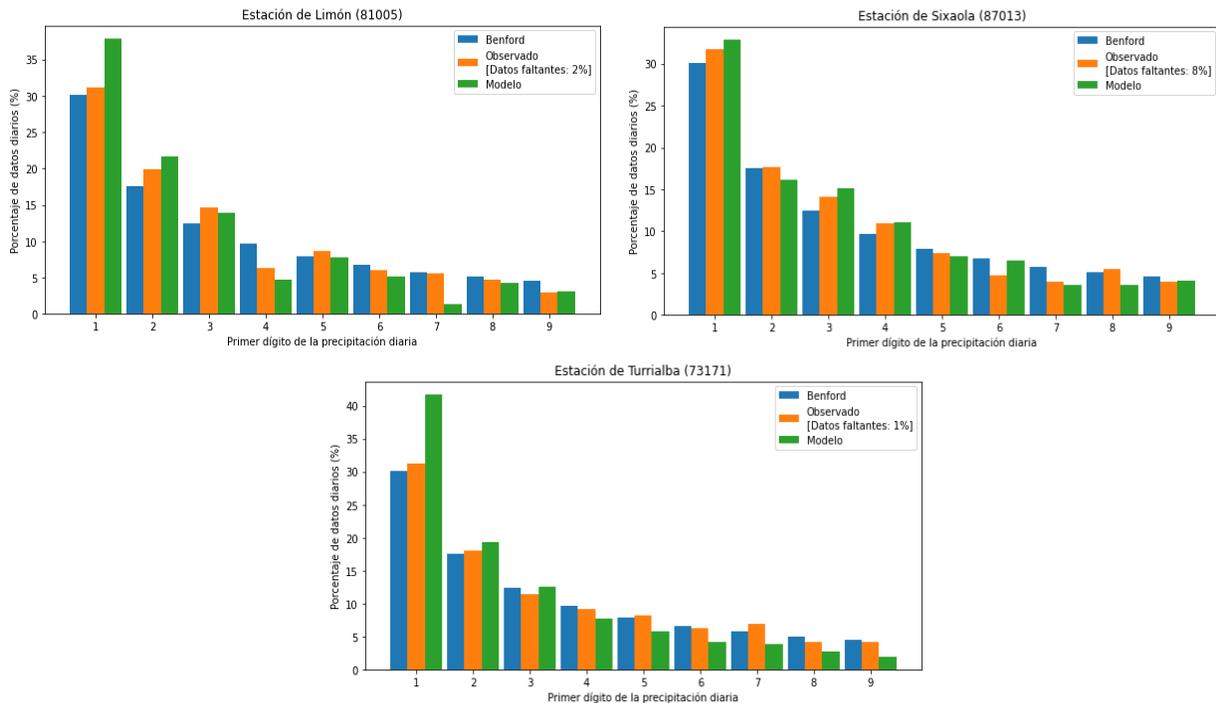


Figura 22. Comparación de la distribución de la ocurrencia del primer dígito en el conjunto de datos del modelo WRF y las estaciones del IMN con las estimaciones teóricas de la Ley de Benford, en la región del Caribe Sur entre el periodo del 02 de septiembre del 2019 y el 23 de abril del 2021.

6. REFERENCIAS

- Alfaro, E. J., & Soley, J. F. (2003). Uso de una Tabla de Contingencia para Aplicaciones Climáticas (Use of a Contingency Table for Climatic Applications). (E. y. FUNDESPOL, Ed.)
- Benford, F. (1938). The Law of Anomalous Numbers. *Proceedings of the American Philosophical Society*, 78, 551-572.
- Berger, A., Bunimovich, L., & Hill, T. (2005). One-Dimensional Dynamical Systems and Benford's Law. *Transactions of the American Mathematical Society*, 357, 197-219.
- Boyau, R., Bodin, T., Scheffers, A., Sambridge, M., & May, S. M. (2015). Using Benford's law to investigate natural hazard dataset homogeneity. *Scientific Reports*, 5.
- Ebert, E. (2008). Fuzzy verification of high-resolution gridded forecasts: a review and proposed framework. *Royal Meteorological Society (RMETS)*, 15, 51-64.
- Fowler, L., Skamarock, W., Grell, G., Freitas, S., & Duda, M. (2016). Analyzing the Grell-Freitas Convection Scheme from Hydrostatic to Nonhydrostatic Scales within a Global Model. *Monthly Weather Review*, 144, 2285-2306.
- Fu, Q., Fang, Z., Villas, S., & Judge, G. (16 de Julio de 2014). *An Investigation of the Quality of Air Data in Beijing*. Obtenido de Berkeley's Department of Agricultural and Resource Economics: <https://are.berkeley.edu/~sberto/BeijingJuly16.pdf>
- Hill, T. P. (1995). The Significant Digit Phenomenon. *American Mathematical Monthly*, 102, 322-327.
- Hilliker, J. L. (2004). The Sensitivity of the Number of Correctly Forecasted Events to the Threat Score: A Practical Application. *Weather and Forecasting*, 19, 646-650.
- Hogan, R. J., Ferro, C. A., Jolliffe, I. T., & Stephenson, D. B. (2010). Equitability Revisited: Why the "Equitable Threat Score" Is Not Equitable. *Weather and Forecasting*, 25, 710-726.
- Konikow, L., & Bredehoeft, J. (1992). Ground-water models cannot be validated. *Advances in Water Resources*, 15, 75-83.
- Li, Q., & Fu, Z. (2016). Quantifying non-stationarity effects on organization of atmospheric turbulent eddy motion by Benford's law. *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, 33, 91-98.
- Oreskes, N., Shrader-Frechette, K., & Belitz, K. (1994). Verification, Validation, and Confirmation of Numerical Models in the Earth Sciences. *Science*, 263, 641-646. Retrieved from <https://science.sciencemag.org/content/263/5147/641>
- Pinkham, R. S. (1961). On the distribution of first significant digits. *The Annals of Mathematical Statistics*, 32, 1223-1230.
- Poleo, D., Vindas, C., & Stoltz, W. (2017). Comparación y evaluación de diferentes esquemas de parametrización de cúmulos con el WRF EMS aplicadas al caso del huracán Otto. *Revista Tópicos Meteorológicos*, 16, 28-40.

Qin, L., Han, S., Xing, L., Zhang, J., Zhang, J., Yang, R., & Wu, J. (2019). Application Research of Benford's Law in Testing Agrometeorological Data. *IOP Conf. Ser.: Earth Environ. Sci.*, 310.

Ryszard, M. (2013). Notes on scale-invariance and base-invariance for Benford's Law. *Cornell University*, 1.

Tallarida, R., & Murray, R. (1987). Chi-Square Test. In: *Manual of Pharmacologic Calculations*.

Yates, E., Anquetin, S., Ducroc, V., Creutin, J. D., Ricard, D., & Chancibault, K. (2006). Point and areal validation of forecast precipitation fields. *Meteorological Applications*, 13, 1–20.